



UNIVERSITY OF NORTH BENGAL
B.Sc. Programme 4th Semester Examination, 2021

DSC4-MATHEMATICS

D. E. & VECTOR CALCULUS

Full Marks: 60

ASSIGNMENT

*The figures in the margin indicate full marks.
All symbols are of usual significance.*

GROUP-A

1. Answer **all** questions: 2×5 = 10

সবগুলি প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

(a) Show that $f(x, y) = xy^2$ satisfies Lipschitz condition on the rectangle $|x| \leq 1, |y| \leq 1$.

প্রমাণ কর যে $f(x, y) = xy^2$ অপেক্ষকটি $|x| \leq 1, |y| \leq 1$ আয়তক্ষেত্রে Lipschitz-এর শর্ত মেনে চলে।

(b) Find the Wronskian of the set $\{1 - x, 1 + x, 1 - 3x\}$.

$\{1 - x, 1 + x, 1 - 3x\}$ সেটটির Wronskian-এর মান নির্ণয় কর।

(c) Solve: / নিম্নলিখিত অবকল সমীকরণটি সমাধান করঃ

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 4y = 0$$

(d) Find the value of $\frac{1}{D-1}x^2$.

$\frac{1}{D-1}x^2$ -এর মান নির্ণয় কর।

(e) Verify that the following functions are linearly independent $\{e^{2x}, e^{3x}, e^{4x}\}$.

‘ $\{e^{2x}, e^{3x}, e^{4x}\}$ সেটের অপেক্ষকগুলি linearly independent’ সত্যতা যাচাই কর।

GROUP-B

2. Answer **all** questions: 12×3 = 36

সবগুলি প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

(a) (i) Solve, by method of variation of parameter 6

$$\frac{d^2y}{dx^2} - y = \frac{2}{1+e^x}$$

Variation of parameter -এর পদ্ধতিতে নিম্নলিখিত অবকল সমীকরণটি সমাধান কর,

$$\frac{d^2y}{dx^2} - y = \frac{2}{1+e^x}$$

(ii) Solve by method of undetermined coefficients 6

$$(D^2 + D - 6)y = 10e^{2x} - 18e^{3x} - 6x - 11$$

Undetermined coefficient-এর পদ্ধতিতে নিম্নলিখিত অবকল সমীকরণটি সমাধান কর,

$$(D^2 + D - 6)y = 10e^{2x} - 18e^{3x} - 6x - 11$$

(b) (i) Prove that $\int_1^2 \vec{r} \times \left(\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \right) dt = -14\hat{i} + 75\hat{j} - 15\hat{k}$, where $\vec{r}(t) = 5t^2\hat{i} + t\hat{j} - t^3\hat{k}$. 3

প্রমাণ কর যে,

$$\int_1^2 \vec{r} \times \left(\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \right) dt = -14\hat{i} + 75\hat{j} - 15\hat{k}, \text{ যেখানে দেওয়া আছে } \vec{r}(t) = 5t^2\hat{i} + t\hat{j} - t^3\hat{k}.$$

(ii) Prove that : / প্রমাণ কর যে, 3

$$\frac{d}{dt} \left(\vec{r} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} \right) = \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right)^2 + \vec{r} \cdot \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

(iii) Solve: / সমাধান করঃ 6

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + (x^2 + 2)y = e^{\frac{1}{2}(x^2+2x)}$$

(c) (i) Solve: / সমাধান করঃ 6

$$(5+2x)^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 6(5+2x) \frac{dy}{dx} + 8y = 8(5+2x)^2$$

(ii) Solve: / সমাধান করঃ 6

$$(D^2 - 2D + 4)y = e^x \cos^2 x$$

GROUP-C

3. Answer **all** questions: 7×2 = 14

সবগুলি প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

(a) Solve the system: / নিম্নের অবকল সমীকরণগুলির জোড়টি সমাধান করঃ 7

$$\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} - 2y = 2 \cos t - 7 \sin t$$

$$\frac{dx}{dt} - \frac{dy}{dt} + 2x = 4 \cos t - 3 \sin t$$

(b) Solve: / অবকল সমীকরণটি সমাধান করঃ 7

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \left(4x - \frac{1}{x}\right) \frac{dy}{dx} + 4x^2y = 3xe^{-x^2}$$

—x—